

Procesos de enseñanza-aprendizaje y producción educativa: un análisis de la competencia matemática

JOSÉ ANTONIO MOLINA MARFIL

I.E.S. Emilio Prados, Málaga
jamolmar29@hotmail.com

ÓSCAR DAVID MARCENARO-GUTIÉRREZ

Universidad de Málaga
odmarcenaro@uma.es

ANA MARTÍN MARCOS

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, UNED
amartin@cee.uned.es

Los análisis empíricos en Economía de la Educación han dedicado mucha atención a variables relacionadas, por una parte, con los rasgos sociodemográficos del alumnado y de sus familias y, por otra, con características de los centros como la titularidad o su dotación de recursos materiales y humanos. Sin embargo, se ha prestado escasa consideración al tratamiento de otras variables relacionadas con los procesos de enseñanza-aprendizaje como, por ejemplo, la determinación de los objetivos por los docentes, el papel de los deberes, la importancia de la retroalimentación sobre los errores cometidos, la atención a la diversidad del alumnado o los trabajos por proyectos o en pequeños grupos. Este trabajo pretende realizar una aportación en este ámbito, mediante el análisis de la contribución de esas variables al rendimiento académico del alumnado de secundaria en España. Con ese fin se emplean los datos de PISA 2012 relativos a la competencia matemática y se utiliza una metodología multinivel para la estimación de la función de producción educativa. Los resultados obtenidos ponen

de manifiesto el impacto positivo de la resolución de diferentes modalidades de problemas y de la realización de deberes. Asimismo refleja la repercusión negativa de metodologías didácticas que emplean la planificación colaborativa, el trabajo en pequeños grupos y el uso de la informática durante las clases. Finalmente se infiere la existencia de vínculos entre la práctica de medidas de atención a la diversidad y menores logros escolares, así como la necesidad de supervisar la modalidad de implantación del trabajo por proyectos.

Palabras clave: competencia matemática, multinivel, PISA 2012, procesos de enseñanza-aprendizaje, recursos didácticos.

Acknowledgements: This work has been partly supported by the Andalusian Regional Ministry of Innovation, Science and Enterprise (PAI group SEJ-532 and Excellence research group SEJ-2727) and by the Spanish Ministry of Economy and Competitiveness (Research Project ECO2014-56397-P).

1. INTRODUCCIÓN

Los datos PISA 2012 sobre la competencia matemática revelan el permanente retraso relativo del alumnado español en relación a los países con mejores logros (OECD, 2013). Tanto los estudios iniciales que empleaban datos recopilados por centros (Seijas, 2004) como los realizados con datos PISA (por ejemplo Cordero, Crespo y Pedraja, 2013; MECD, 2014), han aportado evidencia empírica empleando diversidad de metodologías pero se han centrado en variables relacionadas con el estatus socioeconómico de las familias y de los compañeros de clase, el carácter público, privado o privado-concertado de los centros educativos y sus infraestructuras o el género y la condición de repetidor o inmigrante del alumnado. Sin embargo, las variables relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje, que configuran la dimensión tecnológica de este proceso productivo, aún no han sido consideradas suficientemente y ofrecen posibles sinergias entre disciplinas como la Economía, la Psicología y las Ciencias de la Educación que es necesario explorar.

En ese sentido, respecto del aprendizaje es necesario tener presente que los sujetos difieren en sus capacidades para controlar sus motivaciones y sus procesos de aprendizaje. Determinar las variables que afectan a estas disparidades y establecer en qué grado estas circunstancias pueden influir sobre el desarrollo de las diferentes competencias, contribuirá a reformular la función de producción educativa y a profundizar en su comprensión.

Por otra parte, en cuanto al papel de los docentes en los procesos de enseñanza, la mayor parte de los estudios no tienen en cuenta el hecho de que son los directores técnicos del proceso de producción. Este protagonismo es central, tanto en el aula, al atender al alumnado aplicando un conjunto de recursos a contextos y estudiantes concretos, como fuera de ella, al gestionar las estructuras organizativas de los centros. La razón fundamental de estas carencias ha sido la insuficiencia de datos con propiedades estadísticas adecuadas para afrontar investigaciones con el rigor propio del Análisis Económico. Las nuevas fuentes de información facilitadas por diferentes evaluaciones internacionales permiten plantear una profundización en la consideración de estos aspectos. Los estudios sobre la efectividad de los centros para lograr mejorar las capacidades de su alumnado (Harris y Chrispeels, 2006) sugieren que, en contraste con las variables socioeconómicas de los estudiantes y sus familias que obedecen a cuestiones sociales complejas, el ambiente de aprendizaje o las técnicas pedagógicas sí que son factores modificables mediante las políticas adecuadas y con impacto sobre los logros.

La omisión de variables relevantes como éstas puede afectar a las conclusiones obtenidas. En consecuencia, el objetivo de esta investigación es especificar y estimar funciones de producción educativa que incorporen estos aspectos y contribuyan a la adecuada fundamentación de las políticas de evaluación de las prácticas educativas y del funcionamiento de las instituciones escolares, así como de las de formación del profesorado. Para ello el texto parte de una revisión de las principales aportaciones teóricas y empíricas realizadas en este ámbito desde una perspectiva multidisciplinar. Seguidamente se comentan los datos y la metodología con la que se realiza el análisis empírico (secciones 3 y 4), cuyos resultados se exponen en la sección 5. Para finalizar la sección 6 resume las principales conclusiones.

2. HACIA UNA ESPECIFICACIÓN INTEGRADA DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN EDUCATIVA

El estudio de los procesos de configuración de las competencias educativas es complejo por varias razones. Por una parte, los *outputs* escolares presentan dificultades de medición por su carácter intangible y múltiple lo que requiere emplear variables *proxy* apoyadas en pruebas estandarizadas. Por otra parte el alumnado es el *input* principal del mismo y, además, las modificaciones en sus capacidades son el *output* obtenido. En consecuencia, junto a los *inputs* materiales y humanos aportados por los centros y sus modalidades organizativas o las técnicas pedagógicas de los docentes, concurren también características individuales de los estudiantes, incluyendo sus patrones de aprendizaje, su percepción de las instituciones y de los procesos educativos, así como sus rasgos socioeconómicos o estímulos externos vinculados a la familia o los amigos que constituyen la denominada educación informal. Dada esta complejidad, los análisis realizados desde diferentes perspectivas científicas son complementarios pero se encuentran insuficientemente integrados.

Así en las Ciencias de la Educación la *Educational Effectiveness Research* (Reynolds *et al.*, 2014) ha descrito exhaustivamente catálogos de variables e interrelaciones para analizar los procesos educativos en las instituciones escolares. Sin embargo, su contraste empírico se ha centrado en metodologías cualitativas o en estudios cuantitativos con limitadas propiedades estadísticas por el tipo de muestreo empleado.

En el ámbito de la Psicología de la Educación el paradigma de referencia es la Teoría del Aprendizaje Autorregulado (TAA) que subraya la importancia de las dimensiones referidas a la experiencia por los sujetos de estos procesos (Zimmerman y Moylan, 2009 o Efklides y Misailidi, 2010). Este enfoque analiza los procesos de enseñanza-aprendizaje considerando tres dimensiones: las estrategias cognitivas, la metacognición y la motivación. Las estrategias cognitivas son un conjunto de habilidades para codificar, memorizar y reutilizar la información, incluyendo tareas elementales (gestionar el tiempo, tomar notas o hacer operaciones básicas), estrategias para resolver problemas y el desarrollo del pensamiento crítico. El segundo componente es la metacognición (Vennman, 2012, Zohar y Dori, 2012) entendida como la capacidad de un individuo para establecer objetivos y gestionar autónomamente el proceso de aprendizaje mediante tareas de planificación, control, y evaluación conscientes. El tercer constructo es la motivación e incluye las concepciones individuales respecto a la autoeficacia, estrechamente vinculadas al contexto social y los compañeros, y las creencias epistemológicas sobre la dificultad de la materia estudiada.

Estos factores explicativos de las diferencias individuales y sus consecuencias para desarrollar mejor las competencias definen parte de la dimensión tecnológica del proceso productivo. En este sentido, las aportaciones esenciales de la TAA han sido dos. Por una parte, facilitar una visión integrada de los procesos de enseñanza-aprendizaje que ha fundamentado el diseño de los sistemas de indicadores internacionales incluyendo PISA (Peschar, Moskowitz y Stephens, 2004). Por otra, considerar la metacognición como variable de especial importancia en el contexto histórico de la sociedad de la información, en el que el alumnado accede libremente a gran cantidad de datos y debe desarrollar habilidades para gestionarla en contextos muy

dinámicos, todo lo cual apela a la necesidad de determinar si habría que implementar nuevas metodologías didácticas. Diferentes estudios establecen que la metacognición influye directamente sobre los logros del alumnado (Schneider y Artelt, 2010). Sin embargo en su mayoría emplean pequeñas muestras o análisis de casos y evalúan programas diseñados por docentes innovadores o bajo la supervisión de investigadores para que grupos de estudiantes determinados mejoren sus niveles de aprendizaje autorregulado (Dignath y Buettner, 2008; Hattie, 2009 o Muijs *et al.*, 2004 y 2014). Por tanto son necesarias investigaciones referidas a la población escolar general.

Las comparaciones internacionales realizadas (por ejemplo, Chiu, Chow y McBride-Chang, 2007; Crocker *et al.*, 2010 o Lee y Stankov, 2013) acreditan diferencias nacionales relacionadas con factores culturales e institucionales que también contribuyen a justificar la necesidad de estudios específicos por países. Algunos han abordado la importancia de parte de las variables que se vienen mencionando. Por ejemplo, con datos PISA 2009 sobre lectura Chuy y Nitulescu (2013) relacionan el rendimiento académico con el uso de cinco estrategias cognitivas y metacognitivas y las disparidades de género en Canadá, concluyendo que las estrategias de control y realización de resúmenes contribuyen positivamente al desarrollo de la competencia, mientras que las estrategias de comprensión serían de intensidad menor. Adoptar estrategias de memorización explicaría un menor rendimiento; las de elaboración no se muestran significativas. Resultados similares han logrado Säälik, Nissinen y Malin (2015) con datos PISA 2009 para Estonia y un modelo multinivel que considera, junto a otras, siete variables referidas a las estrategias de aprendizaje. También con metodología multinivel Valenzuela, Gómez y Sotomayor (2015) analizan la competencia lectora en el caso chileno utilizando datos de las ediciones 2000 y 2009 y describen un impacto negativo de las estrategias de memorización y positivo de las de elaboración y control. Estos trabajos revelan que las variables relacionadas con el proceso de aprendizaje y con las prácticas didácticas son significativas para explicar mejoras en los logros y varían con aspectos como el género o los tramos de rendimiento. Las investigaciones en el ámbito de la Economía de la Educación también empiezan a incluir estas variables (Almlund *et al.*, 2011). Así, por ejemplo, se han analizado la gestión del tiempo de estudio por el alumnado (Kuehn y Landeras, 2012) o la intensidad de su esfuerzo (Fernández de Guevara, Serrano y Soler, 2014). Un enfoque singularmente complementario de la TAA, es el de los *Human Capability Formation Models* (Cunha, Heckman y Schennach, 2010) que incorporan aspectos cognitivos y no cognitivos como la perseverancia, la motivación o el autocontrol.

En cuanto al papel de los docentes, la literatura generada por la Psicología de la Educación y la Pedagogía describe las relaciones entre los resultados académicos y variables como el clima de convivencia y el apoyo científico, didáctico y emocional al alumnado, las expectativas, los hábitos de gestión del tiempo, la planificación, así como la efectividad de determinadas habilidades docentes, prácticas didácticas o estilos de enseñanza. Ko *et al.* (2013) y Muijs *et al.* (2014) constatan nuevamente que la mayor parte de ellas emplean metodologías cualitativas y que las propiedades estadísticas de la mayor parte de los estudios cuantitativos realizados son limitadas y revelan la necesidad de investigaciones complementarias con estas variables. Por su parte, en Economía de la Educación las investigaciones aun no permiten obtener

conclusiones firmes por referirse, con algunas excepciones, a pocos países o no haber incorporado la diversidad metodológica suficiente. Hanushek y Rivkin (2006 y 2012) describen que los enfoques adoptados se dividen en dos grupos. El primero estudia las relaciones entre rasgos de los docentes y logros del alumnado teniendo en cuenta variables como la experiencia profesional, los salarios, las capacidades cognitivas del profesorado o la formación universitaria recibida y ha confirmado la existencia de relaciones positivas entre estas variables y los resultados del alumnado. El otro planteamiento adopta enfoques de valor añadido.

Los trabajos empíricos sobre los recursos didácticos empleados por el profesorado son aún escasos pero configuran una línea de investigación incipiente. Para EE.UU. Eren y Henderson (2008) verifican el impacto positivo de realizar deberes, mientras que Schwerdt y Wupperman (2011) sugieren la relevancia de las prácticas didácticas convencionales para mejorar los logros frente a las innovadoras que producirían resultados negativos. Según Lavy (2011) esa mejora derivada de métodos tradicionales es relativamente mayor entre alumnado israelí de menor nivel socioeconómico y más entre chicas que entre chicos. Bientenbeck (2014), empleando datos estadounidenses TIMSS 2007, concluye que los enfoques didácticos tradicionales permiten más logros en la resolución de problemas elementales, mientras que los innovadores mejoran los vinculados al razonamiento matemático; sin embargo, asistir a una clase cuyo docente emplea prácticas intensivamente innovadoras no tiene efecto significativo en el logro, todo lo cual sugiere la necesidad de explorar modelos con combinaciones óptimas de recursos. Finalmente plantea la posibilidad de que el diseño de las pruebas estandarizadas pueda estar primando la detección de habilidades de orden elemental sobre las vinculadas al razonamiento o la metacognición. También se ha estudiado el uso de la informática; Falck, Mang y Woessmann (2015) utilizan TIMSS 2011 para realizar una comparación internacional que determina un impacto negativo sobre el rendimiento en Matemáticas cuando se emplean las TIC al practicar habilidades y procedimientos durante las clases; el efecto sólo es positivo en fases introductorias con búsqueda de ideas o conceptos básicos. PISA 2012 también registra correlaciones negativas entre rendimiento escolar y grado de uso de las TIC durante las clases para todos los participantes excepto Bélgica, Dinamarca y Noruega (OECD, 2015).

No obstante, estos trabajos presentan dificultades todavía no totalmente resueltas. Algunas son compartidas con el resto del análisis de la función de producción educativa, como los errores de medida, el tratamiento de los sesgos y el grado de independencia entre los inputs (Todd y Wolpin, 2003). Otras son específicas del caso (Ishii y Rivkin, 2009), como la variabilidad de la conducta docente entre grupos-clase, incluso dentro de un mismo centro, dependiendo de sus capacidades intelectuales, su género o su raza, o a lo largo del tiempo por las diferentes etapas de desarrollo profesional del profesorado o del intento de evaluar el impacto de la actuación de los docentes en los ingresos futuros de los estudiantes. Para salvar estos problemas característicos de las estimaciones paramétricas, también se han adoptado enfoques no paramétricos. Por ejemplo, Van Klaveren y De Witte (2010), emplean DEA y determinan relaciones positivas entre los estilos de enseñanza que enfatizan el uso de la resolución de problemas y la realización de deberes y el mayor rendimiento en Matemáticas.

En el contexto de España, Hidalgo-Cabrillana y López-Mayan (2015) han obtenido para educación primaria mayor efectividad de prácticas innovadoras en Lengua y mejores resultados

de las chicas, pero ausencia de significatividad en Matemáticas y para los chicos. San Martín et al. (2011) con datos PISA 2009 para Lectura detectan un impacto negativo del uso de la informática durante las clases. Méndez (2015) presenta un resultado diferenciado en este ámbito al estimar un impacto positivo del uso de las TIC. Como es posible comprobar, los trabajos que consideran todos estos aspectos son aún pocos y las conclusiones distan de ser definitivas.

3. DATOS Y VARIABLES

Esta investigación utiliza datos PISA 2012. El muestreo bietápico empleado presenta particularidades que se han considerado para obtener los estadísticos y realizar las estimaciones (OECD, 2014). Así se ha aplicado el procedimiento BRR con 80 muestras replicadas y corrección Fay a 0,5 y se han empleado como *outputs* cinco valores plausibles extraídos aleatoriamente de la distribución (Wu, 2005).

Los *inputs* se presentan separados en cinco grupos, cuyos estadísticos descriptivos se muestran en las Tablas 1 y 2. El primer grupo se refiere a características socioeconómicas del alumnado y sus familias; el segundo grupo describe variables relacionadas con la experiencia individual del proceso de aprendizaje incluyendo estrategias cognitivas y metacognitivas pasadas y actuales, motivación y grado de compromiso o esfuerzo diferenciado. Aquí se incluyen variables que presentan dificultades frecuentes en los modelos que estiman funciones de producción educativa. Por ejemplo, la repetición es polémica por su posible endogeneidad (García-Pérez, Hidalgo-Hidalgo y Robles-Zurita, 2014). También se ha planteado que las estrategias de aprendizaje puedan ser un resultado más de los procesos de producción educativa y no uno de sus *inputs* (Snijders y Bosker, 2012); sin embargo, diferentes investigaciones las consideran como variables que afectan de modo transversal a todo el proceso de aprendizaje del alumnado que las aplica de modo dispar a diferentes competencias (Chuy y Nitulescu, 2013; Valenzuela, Gómez y Sotomayor, 2015). En cualquier caso, su complejidad requiere ser conscientes de la existencia de relaciones que pueden introducir sesgos en los resultados. Dado que se trata de una primera aproximación al tratamiento conjunto de estas variables se ha considerado aceptable incluirlas como variables explicativas sin perjuicio de que investigaciones posteriores analicen más profundamente sus vínculos con las restantes.

El tercero analiza las percepciones individualizadas de los estudiantes sobre las prácticas didácticas de los docentes de Matemáticas. Así, se incorporan un conjunto de variables caracterizadoras de las estrategias didácticas más habituales como la determinación de los objetivos por los docentes, el resumen de lo tratado en sesiones anteriores durante las clases, la propuesta de resolución de diferentes tipos de problemas, el papel de los deberes, la importancia de la retroalimentación sobre los errores cometidos o la atención a la diversidad del alumnado. También se analizan estrategias didácticas vinculadas con la TAA como el trabajo en pequeños grupos, la planificación colaborativa consensuada con los docentes al determinar los objetivos y los recursos didácticos, la propuesta de soluciones creativas a los problemas o la realización de proyectos complejos que impliquen una extensión superior a una semana. Estas variables evaluarán en qué medida mejoran la competencia matemática las

estrategias vinculadas a los planteamientos del *currículo integrado* y del denominado *aprendizaje por investigación* (Beane, 2005) que amplían los tradicionales enfoques *learning by doing* propios del constructivismo y plantean reconsiderar las funciones de los docentes que pasarían a ser asesores técnicos de unos procesos de enseñanza-aprendizaje en los que el protagonismo correspondería al alumnado.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de las variables explicativas (inputs).

VARIABLE	PREGUNTA PISA	DESCRIPCIÓN BREVE	Mín.	Máx.	Media	D.E.
NIVEL 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.						
SEXO	ST04Q01	Dicotómica. Mujer=1.	0	1	0,49	0,50
PARED	PARED	Mayor nivel educativo de los padres en años.	3,00	16,50	12,39	3,71
INMI	INMMIG	Dicotómica. Inmigrante 1ª o 2ª generación=1.	0	1	0,10	0,30
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.						
REPITE	REPEAT	Dicotómica. Repitió primaria o secundaria=1.	0	1	0,33	0,47
EXAPPLM	EXAPPLM*	Índice. Experiencia Matemáticas Aplicadas.	-2,99	3,20	0,17	0,87
EXPUREM	EXPUREM*	Índice. Experiencia Matemáticas Puras.	-2,73	0,80	0,27	0,83
CONTROL	ST53Q01-04	Dicotómica. Usa estrategia control=1.	0	1	0,35	0,48
ELAB	ST53Q01-04	Dicotómica. Usa estrategia elaboración=1.	0	1	0,16	0,37
MEMOR	ST53Q01-04	Dicotómica. Usa estrategia memorización=1.	0	1	0,29	0,45
INSTMOT	INSTMOT*	Índice. Motivación instrumental.	-2,30	1,59	-0,02	1,04
MATINTFC	MATINTFC*	Índice. Motivación intencional.	-1,53	1,46	-0,15	0,98
MATWKETH	MATWKETH*	Índice. Ética de trabajo en Matemáticas.	-3,45	2,72	0,13	1,01
MATBEH	MATBEH*	Índice. Conductas ampliación Matemáticas.	-2,14	4,42	0,05	0,97
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.						
OBJET	ST79Q15*	Dicotómica. Profesorado fija objetivos=1	0	1	0,66	0,47
RESUMIR	ST79Q08*	Dicotómica. Profesorado resume al inicio=1.	0	1	0,38	0,49
PCONTEXT	ST80Q07*	Dicotómica. Problemas en contextos=1.	0	1	0,63	0,48
PPENSAR	ST80Q04*	Dicotómica. Problemas reflexión=1.	0	1	0,57	0,50
DEBERES	ST82Q01*	Dicotómica. Deberes diarios y corregidos=1.	0	1	0,86	0,34
DIVER	ST79Q03*	Dicotómica. Docente atienden diversidad=1.	0	1	0,22	0,42
ERRORES	ST80Q06*	Dicotómica. Docente ayuda con los errores=1.	0	1	0,68	0,47
CREATIV	ST80Q05*	Dicotómica. Proponen problemas creativos=1.	0	1	0,42	0,49
GRUPOS	ST79Q07*	Dicotómica. Se trabaja en pequeños grupos=1.	0	1	0,17	0,38
PAPLIC	ST80Q10*	Dicotómica. Problemas aplicar aprendido=1.	0	1	0,69	0,46
PLANIF	ST79Q10*	Dicotómica. Alumnado también planifica=1.	0	1	0,18	0,38
PNOOBVIO	ST80Q06*	Dicotómica. Problemas no obvios=1.	0	1	0,45	0,50
PROYEC	ST79Q04*	Dicotómica. Se trabaja por proyectos=1.	0	1	0,17	0,38
USEMATH	USEMATH*	Continua. Uso de TIC en Matemáticas.	-0,77	2,80	-0,06	1
CLSMAN	CLSMAN*	Continua. Gestión convivencia grupo-aula.	-3,25	2,20	-0,05	1,01
MATSUP	MATSUP*	Continua. Docente apoya durante el proceso.	-2,86	1,84	0,08	1,02
*Variable introducida por primera vez en PISA 2012.						

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 2. Estadísticos descriptivos de las variables explicativas (inputs).

VARIABLE	PREGUNTA PISA	DESCRIPCIÓN BREVE	Mín.	Máx.	Media	D.E.
NIVEL 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.						
OBJETC	ST79Q15*	Dicotómica. Profesorado fija objetivos=1	0	1	0,87	0,32
RESUMIRC	ST79Q08*	Dicotómica. Profesorado resume al inicio=1.	0	1	0,25	0,42
PCONTEXTC	ST80Q07*	Dicotómica. Problemas en contextos=1.	0	1	0,79	0,40
PPENSARC	ST80Q04*	Dicotómica. Problemas reflexión=1.	0	1	0,70	0,45
DEBERESC	ST82Q01*	Dicotómica. Deberes diarios y corregidos=1.	0	1	0,99	0,07
DIVERC	ST79Q03*	Dicotómica. Docente atienden diversidad=1.	0	1	0,03	0,18
ERRORESC	ST80Q06*	Dicotómica. Docente ayuda con los errores=1.	0	1	0,87	0,33
CREATIVC	ST80Q05*	Dicotómica. Proponen problemas creativos=1.	0	1	0,34	0,46
GRUPOSC	ST79Q07*	Dicotómica. Se trabaja en pequeños grupos=1.	0	1	0,03	0,17
PAPLICC	ST80Q10*	Dicotómica. Problemas aplicar aprendizaje=1.	0	1	0,93	0,26
PLANIFC	ST79Q10*	Dicotómica. Alumnado también planifica=1.	0	1	0,01	0,12
PNOOBVIOC	ST80Q06*	Dicotómica. Problemas no obvios=1.	0	1	0,37	0,47
PROYECC	ST79Q04*	Dicotómica. Se trabaja por proyectos=1.	0	1	0,01	0,10
USEMATHC	USEMATH*	Continua. Uso de TIC en Matemáticas.	-0,77	2,80	-0,06	0,37
CLSMANC	CLSMAN*	Continua. Gestión convivencia grupo-aula.	-1,38	2,20	-0,05	0,40
MATSUPC	MATSUP*	Continua. Docente apoya durante el proceso.	-1,41	1,84	0,08	0,34
NIVEL 2: OTROS RASGOS DEL CENTRO EDUCATIVO.						
SMRATIO	SMRATIO	Continua. Estudiantes por docente de Mat.	2,00	516,0	106,2	58,61
TAMAÑOC	SCHSIZE	Multinomial. 4 intervalos, cada 300 alumnos.	0	3	1,67	0,98
TIPOC	SCHLTYPE	Dicotómica. Centro público=1.	0	1	0,68	0,47
ESCSC	ESCS	Índice. ESCS medio del centro.	-2,36	1,42	-0,19	0,54

*Variable introducida por primera vez en PISA 2012.

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

De acuerdo con estos planteamientos serían los estudiantes quienes asumirían responsabilidades en la toma de decisiones sobre aspectos como la planificación, la gestión de recursos (que incluirían con profusión las TIC), la organización de tareas o su autoevaluación. Como estos enfoques han cobrado protagonismo en las Ciencias de la Educación a partir de finales del siglo XX con el desarrollo de la TAA en el nuevo contexto de la sociedad de la información necesitan contrastes empíricos referidos al conjunto de la población escolar y no a grupos restringidos o experimentales (Muijs *et al.*, 2014).

El cuarto grupo de variables *proxy* intenta captar la posible existencia de culturas organizativas y pedagógicas diferenciadas en los centros. Esta perspectiva es una novedad aportada por el presente trabajo para analizar los procesos de enseñanza-aprendizaje pero que procede de modo similar a la mayor parte de los estudios de producción educativa, incluyendo el presente, cuando calculan la media del índice socioeconómico de quienes acuden a un mismo centro para evaluar el denominado *efecto compañeros* (Sacerdote, 2011). En este caso el objetivo es constatar un posible *efecto enfoque didáctico* respecto de la existencia de pautas de conducta homogéneas en las estrategias didácticas aplicadas por los docentes de un centro.

La Tabla 3 aporta información adicional desglosada por terciles de nivel socioeconómico medio del alumnado de los centros (ESCSC) y permite observar una mayor presencia de repetidores en entornos desfavorecidos así como un menor grado de exposición relativa de los estudiantes de menor estatus socioeconómico a las matemáticas puras (EXPUREM) y uno más intenso a las aplicadas (EXAPPLM). Además, refleja una gran homogeneidad de las prácticas didácticas empleadas en diferentes contextos sociales, con excepción de las más vinculadas a algún grado de experimentalidad (PLANIF, PROYEC, GRUPOS, USEMATH), poco usadas en comparación con las restantes pero relativamente más presentes en centros con estudiantes de menor nivel socioeconómico. Finalmente, el quinto grupo de variables estudia los rasgos del centro, incluyendo el nivel socioeconómico medio de sus estudiantes, su titularidad, tamaño y dotación de docentes de Matemáticas para identificar rasgos derivados de la escala, la organización o de enfoques de gestión diferenciados.

Tabla 3. Experiencia, estrategias por relevancia y USEMATH según terciles ESCSC.

DIMENSIÓN	VARIABLE	TERCIL 1 ESCSC NIVEL SOCIOECON. BAJO				TERCIL 2 ESCSC NIVEL SOCIOECON. MEDIO				TERCIL 3 ESCSC NIVEL SOCIOECON. ALTO			
		Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.	Mín.	Máx.	Med.	D.E.
Experiencia académica	REPITE	0	1	0,43	0,49	0	1	0,33	0,47	0	1	0,19	0,39
	EXAPPLM	-2,99	3,20	0,17	0,88	-2,99	3,20	0,22	0,89	-2,99	3,20	0,11	0,84
	EXPUREM	-2,73	0,80	0,19	0,89	-2,73	0,80	0,29	0,81	-2,73	0,80	0,36	0,74
NIVEL 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.													
Estrategias didácticas	DEBERES	0	1	0,87	0,34	0	1	0,87	0,34	0	1	0,86	0,35
	ERRORES	0	1	0,69	0,46	0	1	0,66	0,47	0	1	0,68	0,47
	PAPLIC	0	1	0,68	0,47	0	1	0,68	0,47	0	1	0,71	0,45
	OBJET	0	1	0,67	0,47	0	1	0,65	0,48	0	1	0,66	0,47
	PCONTEXT	0	1	0,62	0,49	0	1	0,63	0,48	0	1	0,65	0,48
	PPENSAR	0	1	0,57	0,49	0	1	0,57	0,50	0	1	0,56	0,50
	CREATIV	0	1	0,43	0,50	0	1	0,42	0,49	0	1	0,42	0,49
	PNOOBVIO	0	1	0,42	0,49	0	1	0,45	0,50	0	1	0,48	0,50
	RESUMIR	0	1	0,39	0,49	0	1	0,37	0,48	0	1	0,38	0,49
	DIVER	0	1	0,25	0,43	0	1	0,21	0,41	0	1	0,20	0,40
	PLANIF	0	1	0,20	0,40	0	1	0,18	0,38	0	1	0,15	0,36
	PROYEC	0	1	0,20	0,40	0	1	0,17	0,38	0	1	0,14	0,34
GRUPOS	0	1	0,19	0,39	0	1	0,18	0,38	0	1	0,15	0,36	
Recursos	USEMATH	-0,77	2,80	-0,03	1,01	-0,77	2,80	-0,08	1,01	-0,77	2,80	-0,09	0,97

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

4. METODOLOGÍA

La investigación utiliza una versión corregida de la función de producción educativa de Levin (1974) y Hanushek (1979) para considerar variables expresamente referidas a las estrategias de aprendizaje del alumnado y a las estrategias didácticas de los docentes:

$$M_{ij}^t = f(B_{ij}^t, S_j^t, P_j^t, E_{ij}^t, A_{ij}^t, I_{ij}^t) \quad [1]$$

M_{ij}^t mide el *output* del proceso educativo del estudiante i en la escuela j , evaluado a través del grado de desarrollo de la competencia matemática en el instante t . Depende de un conjunto de *inputs*: las características socioeconómicas del estudiante y su familia (B_{ij}^t); los *inputs* escolares materiales e institucionales (S_j^t), que incluyen tanto la dotación material de recursos como los rasgos organizativos no directamente relacionados con los procesos de enseñanza-aprendizaje; el *efecto compañeros* (P_j^t); los *inputs* escolares relacionados con las estrategias didácticas de los profesores (E_{ij}^t); las estrategias de aprendizaje empleadas por el alumnado (A_{ij}^t) y las capacidades innatas del estudiante (I_{ij}^t).

Se estima una regresión jerárquica en dos niveles (Snijders y Bosker, 2012). En el Nivel 1, la especificación es:

$$M_{ij} = \beta_{0q} + \sum_{q=1}^Q \beta_{qj} X_{qij} + r_{ij} \quad [2]$$

Donde β_{qj} (con $q = 0, 1, \dots, Q$) son los coeficientes del Nivel 1; X_{qij} es la variable q del vector de características individuales y familiares del estudiante i en el centro j ; r_{ij} es el residuo de la estimación de Nivel 1 con una distribución normal de media 0 y varianza σ^2 : $r_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$.

En el Nivel 2, cada coeficiente β_{qj} definido en el Nivel 1 se integra como una variable del Nivel 2, superior. En [3]: γ_{qs} (con $q=0,1,\dots,S_q$) son los coeficientes del Nivel 2; Z_{sj} es el coeficiente de la variable s en el centro j del Nivel 2; u_{qj} es el residuo de la estimación de Nivel 2, que se supone distribuido como una normal de media cero y varianza $\text{Var}(u_{qj}) = \tau_{qq}$.

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + \sum_{s=1}^{S_q} \gamma_{qs} Z_{sj} + u_{qj} \quad [3]$$

Se ha seguido una estrategia de estimación aditiva que se inicia con el cálculo de un modelo sin incluir variables explicativas, al que se denomina *modelo nulo*; sucesivamente se incorporan las variables de los diferentes niveles. Seguidamente se calculan estimaciones con sendos enfoques. La *Aplicación I* considera las variables vinculadas a los procesos de enseñanza-aprendizaje como experiencias individuales de los estudiantes en el Nivel 1; se reservan para el 2 sólo los rasgos de centro que describen su tamaño, dotación de recursos humanos, modalidad de titularidad y nivel socioeconómico medio de su alumnado. La *Aplicación II* analiza los recursos didácticos y organizativos vinculados a las prácticas didácticas más habitualmente presentes en cada uno de los centros, empleando como variables *proxy* las medias de las manifestaciones de los estudiantes e incluyéndolas en el Nivel 2; estas medias permitirán identificar los rasgos del ejercicio de esas prácticas en cada institución y caracterizar posibles patrones de gestión técnica coordinada, o implícitamente asumidos pero con regularidades observables, por los equipos de docentes. La *Aplicación II* aspira también a

dar tratamiento a uno de los problemas de multicolinealidad derivados de las interrelaciones de diferentes variables del Nivel 1. En ese sentido, tanto la consideración de las variables vinculadas al proceso de enseñanza en otro nivel del análisis, como la construcción de instrumentos que describen la experiencia media en cada centro del conjunto de su alumnado sobre la aplicación de recursos didácticos de los docentes, pueden contribuir a enriquecer la información de los modelos y a tratar parte de sus limitaciones.

5. RESULTADOS

Las estimaciones se han realizado mediante métodos iterativos maximizando una función de máxima verosimilitud (Raudenbush *et al.*, 2004). Los modelos ponderan las observaciones con las variables-peso facilitadas por PISA, w_{fstuwt} para los estudiantes en el Nivel 1 y w_{fshwt} en el 2 para los centros. Se calculan los parámetros de las ecuaciones y sus errores estándares robustos a la heteroscedasticidad. Se ha analizado la significatividad individual de los parámetros y la conjunta de cada modelo. También se facilitan los Coeficientes de Correlación Intraclass (CCI), *deviance* y el número de parámetros para comparar los modelos y constatar su significatividad.

La Tabla 4 recoge un resumen de los modelos estimados para la *Aplicación 1*. Se inicia con el *modelo nulo*. Sus resultados se corresponden con la mayoría de otros referidos al caso español en los que la varianza explicada por los centros educativos está en torno al 20% (19,65%). Este dato permite concluir que los logros de los estudiantes están muy vinculados a sus rasgos individuales, entre los cuales -además de los habituales- están los enfoques adoptados en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Además, el dato también justifica la viabilidad de llevar a cabo un análisis lineal jerárquico multinivel por ser el CCI mayor que cero. El modelo 1 refleja que si se consideran sólo las estrategias de aprendizaje, la contribución de las de control y elaboración es positiva, mientras que la de memorización es negativa. El CCI varía sólo el 0,29%. Se constata para España el limitado poder predictivo de los instrumentos PISA para evaluar estas estrategias en línea con lo determinado por otras investigaciones para otros países que se sitúan también por debajo del 1% (Chiu, Chow y McBride-Chang, 2007).

El modelo 2 refleja resultados análogos a los de otros estudios como el impacto negativo del género (en detrimento de las chicas) o el de ser inmigrante de primera o segunda generación (INMIG) y el positivo del nivel educativo de los padres (PARED).

Por otra parte, como novedad, analiza la experiencia acumulada por los estudiantes con las Matemáticas Aplicadas (EXAPPLM) y Puras (EXPUREM) constatando que la aportación de las primeras es negativa, mientras que la de las segundas es positiva. Este resultado es relevante, ya que quienes acuden a centros con compañeros de menor nivel socioeconómico presentan mayores valores del índice EXAPPLM y menores de EXPUREM, lo que revela prácticas didácticas diferenciadas que, acumuladas a lo largo del tiempo, pueden afectar al progreso académico del alumnado y a su movilidad social. También muestra que el impacto de la motivación instrumental (INSTMOT) es superior al de la intencional (MATINTFC) y la falta de significatividad de las variables relacionadas con la ética del trabajo (MATWKETH) o con las actividades extraescolares vinculadas a las Matemáticas (MATBEH).

El modelo 3 incorpora de modo diferenciado el fuerte impacto negativo de haber repetido curso al menos una vez en primaria o en secundaria. Resulta especialmente grave si se considera que en torno a un tercio de los encuestados han pasado por esta circunstancia y el hecho de que los niveles son relativamente más altos entre quienes acuden a centros con menor ESCSC. Con su incorporación deja de ser significativa MATINFC, la variable que evalúa la motivación intencional vinculada a aquellos que tienen presente la importancia de estudiar Matemáticas para fundamentar su itinerario formativo académico y profesional.

El modelo 4 elimina las variables no significativas, así como INSTMOT que presenta los referidos problemas de posible falta de independencia respecto de otras variables del Nivel 1; la *Aplicación II* ofrece una propuesta de tratamiento del problema. EXAPPLM deja de ser significativa, pero EXPUREM lo sigue siendo. Por otra parte, lo más relevante es que este modelo 4 permite analizar la experiencia de los sujetos sobre diferentes recursos didácticos que caracterizan técnicamente este proceso productivo. Son destacables el papel positivo de la resolución de problemas en diferentes contextos (PCONTEXT), con solución no obvia (PNOOBVIO) o para aplicar lo aprendido (PAPLIC), la corrección de los errores del estudiante por el profesorado (ERRORES) y el encargo de resolver deberes en casa y su corrección en clase antes de los exámenes (DEBERES). Estos resultados confirman el impacto positivo de la combinación de resolución de problemas y realización de tareas en casa para mejorar el rendimiento escolar constatada en diferentes trabajos (por ejemplo, Eren y Henderson, 2008; Van Klaveren y De Witte, 2010) y la relevancia que la retroalimentación expresa sobre los errores tiene durante el proceso educativo.

Entre las estrategias didácticas negativamente relacionadas con el rendimiento, está el trabajo en pequeños grupos (GRUPOS). Asimismo, presentan parámetros negativos, las variables que evalúan el protagonismo del estudiante en la determinación de la planificación de las actividades (PLANIF) y la experiencia individual en clases organizadas en proyectos de más de una semana (PROYEC). Estos resultados requieren investigaciones adicionales para determinar si existe alguna relación entre su uso y el contexto educativo, ya que pudieran estar siendo aplicadas inadecuadamente por los docentes o en contextos sociales y/o culturales especialmente desfavorecidos. Además se plantea la necesidad de estudiar la idoneidad de estas metodologías para mejorar los logros en Matemáticas según se evalúa en PISA. Otra variable relevante es DIVER que describe la atención al alumnado con actividades diferenciadas respecto de los demás del grupo por presentar necesidades específicas de apoyo educativo derivadas de su retraso académico, de sus características físicas, psicológicas y sociales o de sobredotación intelectual. Su parámetro negativo indica que estas actividades están preferentemente dirigidas a desarrollar niveles elementales de la competencia; pueden revelar también falta de atención a otros estudiantes, incluyendo los que presentan sobredotación intelectual o los que necesitan progresar de niveles intermedios a excelentes.

Por otra parte no resultan significativas prácticas frecuentes como que el profesorado determine expresamente los objetivos perseguidos (OBJET) o la propuesta de problemas que requieren tiempo prolongado de reflexión (PPENSAR). Tampoco lo son iniciar las clases resumiendo lo anterior (RESUMIR) o que el alumnado proponga soluciones creativas y propias a los problemas (CREATIV). El uso de las TIC durante las clases (USEMATH) presenta parámetro

significativo y negativo; estos resultados están en la línea de otros (San Martín *et al.*, 2011; Falck, Mang y Woewssmann, OECD, 2015) e indican que su empleo puede suponer un coste de oportunidad al impedir aplicar otras estrategias didácticas de eficacia acreditada.

El modelo 5 añade los rasgos del centro educativo. En primer lugar, son destacables el impacto positivo de ESCSC que resalta la importancia del *efecto compañeros* y el hecho de que las diferencias de rendimiento son independientes de la titularidad del centro. Por otra parte presenta parámetro negativo el tamaño del centro (TAMAÑO), lo que sugiere la necesidad de llevar a cabo estudios adicionales referidos a las demás competencias y a una posible dimensión óptima de las instituciones escolares vinculada a la mejora de la gestión del proceso de producción educativa por razones derivadas de la organización y la coordinación en su seno. El modelo 5 supone una reducción del 43,73% en el CCI respecto del modelo nulo.

En la *Aplicación II* el objetivo ha sido verificar, a partir de variables novedosas aportadas por PISA en la edición de 2012, si es viable determinar qué patrones técnicos de ejercicio profesional docente pueden explicar disparidades en el rendimiento del alumnado como resultado de modelos organizativos y pedagógicos de los equipos de docentes de Matemáticas que trabajan en un mismo centro. La Tabla 5 recoge el resumen de los modelos. Aunque hay ligeras variaciones en los estimadores, es posible constatar que el modelo 1 mantiene la significatividad y el signo de las variables en el sentido ya descrito en el modelo 3 de la *Aplicación I* con excepción de EXPUREM.

Tabla 4. Estimadores multinivel competencia matemática *Aplicación I*.

VARIABLE	1		2		3		4		5	
	Coef.	D.E.								
γ_{00} Modelo nulo	484,99 ^a	(2,47)								
γ_{00}	482,50 ^a	(2,94)	442,71 ^a	(7,11)	488,22 ^a	(7,47)	490,09 ^a	(7,45)	508,40 ^a	(8,43)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.										
SEXO			-19,93 ^a	(2,95)	-20,25 ^a	(2,66)	-24,91 ^a	(2,55)	-23,79 ^a	(2,48)
PARED			4,87 ^a	(0,46)	3,07 ^a	(0,40)	2,00 ^a	(0,39)	1,29 ^a	(0,38)
INMI			-54,16 ^a	(4,87)	-38,92 ^a	(4,54)	-16,90 ^a	(4,48)	-15,59 ^a	(4,31)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.										
REPITE					-77,45 ^a	(3,35)	-75,46 ^a	(3,24)	-73,79 ^a	(3,25)
EXAPPLM			-10,71 ^a	(1,73)	-5,84 ^a	(1,64)	-3,04 ^d	(1,89)	-3,06 ^c	(1,85)
EXPUREM			23,47 ^a	(2,51)	13,13 ^a	(2,37)	6,50 ^a	(1,88)	7,23 ^a	(1,93)
CONTROL	5,10 ^b	(2,12)	-0,58 ^d	(3,55)	-2,28 ^d	(3,07)				
ELAB	13,15 ^a	(2,22)	8,64 ^b	(4,35)	9,64 ^b	(4,03)	14,09 ^a	(3,31)	13,48 ^a	(3,19)
MEMOR	-5,08 ^b	(2,20)	-5,02 ^d	(3,69)	-2,52 ^d	(3,47)				
INSTMOT			16,13 ^a	(1,82)	16,16 ^a	(1,57)				
MATINTFC			4,03 ^b	(1,69)	2,34 ^d	(1,54)				
MATWKETH			4,15 ^c	(2,17)	-1,92 ^d	(1,88)				
MATBEH			-2,12 ^d	(1,94)	-0,99 ^d	(1,94)				

VARIABLE	1		2		3		4		5	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE ENSEÑANZA.										
OBJET							-4,83 ^c	(2,74)		
RESUMIR							4,25 ^d	(2,73)		
PCONTEXT							9,58 ^a	(3,05)	9,43 ^a	(2,80)
PPENSAR							-1,84 ^d	(3,01)		
DEBERES							8,09 ^b	(3,42)	8,45 ^b	(3,38)
DIVER							-10,08 ^a	(3,21)	-9,38 ^a	(3,20)
ERRORES							2,25 ^d	(3,35)		
CREATIV							-3,82 ^d	(3,04)		
GRUPOS							-18,75 ^a	(3,75)	-17,98 ^a	(3,56)
PAPLIC							6,87 ^b	(3,25)	6,54 ^b	(3,22)
PLANIF							-24,12 ^a	(3,92)	-23,41 ^a	(3,80)
PNOOBVIO							13,38 ^a	(2,67)	10,80 ^a	(2,55)
PROYEC							-15,06 ^a	(4,65)	-15,27 ^a	(4,34)
USEMATH							-6,27 ^a	(1,34)	-6,39 ^a	(1,28)
CLSMAN							-0,44 ^d	(1,34)		
MATSUP							2,65 ^d	(1,65)	2,41 ^c	(1,46)
NIVEL 2: RASGOS CENTRO EDUCATIVO.										
SMRATIO									0,03 ^d	(0,02)
TAMAÑO									-5,27 ^a	(2,00)
TIPOC									-6,12 ^d	(4,68)
ESCSC									26,25 ^a	(4,47)
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.										
CCI Nulo	0,1965									
Parámetros Nulo	3									
Deviance Nulo	265528									
Varianza $r_{ij} (\sigma^2)$	6152,33	4738,94	3835,69	3754,18	3763,66					
Varianza $u_{oj} (\tau^2)$	1499,14	848,82	666,34	623,27	467,82					
CCI	0,1959	0,1519	0,1480	0,1424	0,1106					
% Reducción CCI	0,29	22,69	24,67	27,54	43,73					
Deviance	265401	78511	76783	72440	73254					
Parámetros	6	15	16	26	24					
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.										

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Tabla 5. Estimadores multinivel competencia matemática *Aplicación II.*

VARIABLE	1		2		3		4	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
γ_{00} Modelo nulo	485,10 ^a	(2,48)						
γ_{00}	487,96 ^a	(7,50)	462,85 ^a	(12,16)	462,85 ^a	(12,16)	471,48 ^a	(14,62)
Nivel 1: RASGOS PERSONALES Y FAMILIARES.								
SEXO	-19,93 ^a	(2,66)	-20,45 ^a	(2,56)	-20,45 ^a	(2,56)	-20,24 ^a	(2,54)
PARED	3,06 ^a	(0,41)	2,87 ^a	(0,40)	2,87 ^a	(0,40)	2,70 ^a	(0,41)
INMI	-39,01 ^a	(4,54)	-39,11 ^a	(4,38)	-39,11 ^a	(4,38)	-38,40 ^a	(4,39)
Nivel 1: EXPERIENCIA INDIVIDUAL DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.								
REPITE	-77,18 ^a	(3,36)	-77,64 ^a	(3,08)	-77,64 ^a	(3,08)	-77,18 ^a	(3,03)
EXAPPLM	-5,87 ^a	(1,64)	-5,93 ^a	(1,52)	-5,93 ^a	(1,52)	-5,80 ^a	(1,53)
EXPUREM	13,25 ^a	(2,39)	12,45 ^a	(2,13)	12,45 ^a	(2,13)	12,34 ^a	(2,12)
CONTROL	-2,27 ^d	(3,08)						
ELAB	9,81 ^b	(4,05)	10,93 ^a	(4,45)	10,93 ^a	(4,45)	11,12 ^a	(3,06)
MEMOR	-2,44 ^d	(3,45)						
INSTMOT	16,17 ^a	(1,57)	16,21 ^a	(1,42)	16,21 ^a	(1,42)	16,23 ^a	(1,39)
MATINTFC	2,34 ^d	(1,55)						
MATWKETH	-1,91 ^d	(1,89)						
MATBEH	-0,87 ^d	(1,94)						
Nivel 2: PROCESO DE ENSEÑANZA DESARROLLADO EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.								
OBJETC			5,36 ^d	(6,24)	5,36 ^d	(6,24)	6,51 ^d	(6,23)
RESUMIRC			0,16 ^d	(5,08)	0,16 ^d	(5,08)	-3,27 ^d	(4,81)
PCONTEXTC			-0,11 ^d	(4,81)	-0,11 ^d	(4,81)	-0,46 ^d	(4,94)
PPENSARC			-7,97 ^d	(4,85)	-7,97 ^d	(4,85)	-6,51 ^d	(4,77)
DEBERESC			6,39 ^d	(4,68)	6,39 ^d	(4,68)	7,90 ^d	(5,97)
DIVERC			-6,50 ^d	(9,04)	-6,50 ^d	(9,04)	-12,07 ^b	(7,12)
ERRORESC			4,30 ^d	(5,44)	4,30 ^d	(5,44)	3,15 ^d	(5,60)
CREATIVC			-0,10 ^d	(4,42)	-0,10 ^d	(4,42)	-0,58 ^d	(4,30)
GRUPOSC			-8,18 ^d	(7,81)	-8,18 ^d	(7,81)	-14,05 ^c	(7,37)
PAPLICC			11,92 ^b	(5,97)	11,92 ^b	(5,97)	13,21 ^b	(6,29)
PLANIFC			-13,94 ^d	(9,77)	-13,94 ^d	(9,77)	-10,86 ^d	(7,32)
PNOOBVIOC			12,27 ^a	(4,40)	12,27 ^a	(4,40)	10,23 ^b	(4,33)
PROYECC			21,09 ^b	(8,25)	21,09 ^b	(8,25)	18,79 ^b	(7,44)
USEMATHC			-12,74 ^b	(5,32)	-12,74 ^b	(5,32)	-10,69 ^b	(4,98)
CLSMANC			1,71 ^d	(6,01)	1,71 ^d	(6,01)	-0,67 ^d	(5,85)
MATSUPC			-8,30 ^d	(7,40)	-8,30 ^d	(7,40)	-6,80 ^d	(7,12)
NIVEL 2: OTROS RASGOS DEL CENTRO EDUCATIVO.								
SMRATIO					0,06 ^b	(0,03)	0,05 ^b	(0,02)
TAMAÑOOC					-3,42 ^d	(2,31)	-4,96 ^b	(2,28)
TIPOC					-16,67 ^a	(4,12)	-5,49 ^d	(4,04)
ESCSC							21,94 ^a	(4,04)

VARIABLE	1		2		3		4	
	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.	Coef.	D.E.
ANÁLISIS DE LA VARIANZA.								
CCI Nulo	0,1960							
Parámetros Nulo	3							
Deviance Nulo	264054							
Varianza r_{ij} (σ^2)	3831,32		3869,71		3866,98		3866,91	
Varianza u_{oj} (τ^2)	670,29		591,12		531,18		453,39	
CCI	0,1489		0,1325		0,1208		0,1049	
% Reducción CCI	24,04		32,40		38,39		46,46	
Deviance	76322		79813		79760		79692	
Parámetros	16		27		30		31	
^a significativo $p < 0,01$; ^b significativo $p < 0,05$; ^c significativo $p < 0,10$; ^d $p \geq 0,10$.								

Fuente: Elaboración propia a partir de datos PISA 2012 (OECD 2013).

Los modelos 2, 3 y 4 sólo recogen las variables significativas del anterior. Entre ellas se encuentra INSTMOT, que evalúa la motivación instrumental con lo que el enfoque de la *Aplicación II* sí que permite postular modelos coherentes y significativos en los niveles posteriores sin necesidad de omitirla. En estos modelos se incorporan sucesivamente las estrategias didácticas cognitivas y metacognitivas, así como variables descriptivas de la gestión y la motivación de los grupos con la perspectiva ya descrita, y concluye considerando otros rasgos de los centros. Los resultados obtenidos indican que al emplear como *inputs* los valores medios de las prácticas más frecuentes en los institutos y colegios no resultan relevantes para explicar diferencias en el grado de desarrollo del alumnado.

En un sentido complementario, sí permite detectar disparidades en el grado de desarrollo de la competencia matemática derivadas del papel que esa concentración diferenciada de procedimientos y estrategias didácticas singulares puede tener por encontrarse de modo muy localizado en algunos centros y ausentes o poco presentes por término medio en los restantes. Así en el modelo 4, que ya recoge la totalidad de las variables referidas, presentan un coeficiente positivo PNOBVIOC, PPLICC y PROYECC, mientras que DIVERC y USEMATHC producen impacto negativo. El hecho más relevante es que PROYECC altera su signo respecto de los modelos de la *Aplicación I*, sugiriendo que mientras que la aplicación por un docente aislado de metodologías basadas en proyectos tiene efectos negativos en los logros, la organización mayoritaria y coordinada en este sentido por parte de los docentes en un centro determinado (presente sólo en un 1% del total) sí tiene impacto positivo. El resultado es coherente con el enfoque de la metodología basada en proyectos y en una gestión integrada del currículo que implica a la totalidad de un departamento didáctico o de un centro. El modelo 4 reduce el CCI un 46,46%.

6. CONCLUSIONES

El presente trabajo emplea datos facilitados por PISA 2012 para realizar una primera consideración de las variables vinculadas a la “caja negra” del proceso de producción educativa de la competencia matemática. Para ello especifica y estima diferentes funciones de producción incorporando variables asociadas a los procesos de enseñanza y aprendizaje habitualmente omitidas. También se aportan dos perspectivas en el tratamiento de las variables para ilustrar de modo complementario un proceso que es complejo y con literatura escasa.

La primera arroja información más rica y obedece a supuestos menos restrictivos sobre las relaciones entre variables, con la excepción de la omisión de las vinculadas con la motivación, por la complejidad de sus interacciones con las restantes. La segunda, sólo permite identificar rasgos muy diferenciadores porque se ha verificado que buena parte de las prácticas didácticas aplicadas por los docentes son relativamente homogéneas.

La constatación del menor rendimiento de los repetidores, de los inmigrantes y de las chicas en la competencia matemática, así como el limitado desarrollo entre el alumnado que recibe atención diversificada sugieren la necesidad de realizar investigaciones adicionales sobre cómo se gestionan los procesos de enseñanza-aprendizaje en esos casos. En cuanto a las estrategias de aprendizaje sólo la de elaboración resulta significativa por lo que es necesario realizar estudios que determinen si los instrumentos empleados en las evaluaciones internacionales son adecuados para evaluar aspectos de esta complejidad o deben ser rediseñados. Además se ha determinado que las experiencias académicas con las Matemáticas Puras y Aplicadas son significativas para explicar los logros en esta competencia. Su presencia dispar en función del nivel socioeconómico del alumnado de cada centro plantea la posible aplicación de prácticas didácticas discriminatorias de *curriculum empobrecido* (Muijs, 2004) que repercutirían sobre la equidad del sistema educativo y que hacen necesarias investigaciones adicionales.

En cuanto a los resultados obtenidos en relación a los procesos de enseñanza-aprendizaje, las dos estrategias de estimación emprendidas confirman, para el caso español, la literatura sobre este tema en el sentido de que los enfoques de la gestión de los procesos de enseñanza-aprendizaje, basados en la resolución de problemas de diferente tipo y la realización de deberes presentan impactos positivos sobre el rendimiento de los estudiantes. En cambio, otros más innovadores como el trabajo por proyectos, la planificación colaborativa, el trabajo en pequeños grupos o el uso de recursos informáticos durante las clases, vinculados a la implementación de medidas para el desarrollo de habilidades metacognitivas, dan lugar a efectos negativos. Además, también se ha comprobado que si la participación en proyectos de larga duración es implementada por la mayoría de los docentes de un centro educativo la misma sí que tiene impacto positivo en la competencia matemática.

REFERENCIAS

Almlund, M.; Duckworth, A. L.; Heckman, J. y Kautz, T. (2011). Personality, Psychology and Economics. *Handbook of Economics of Education*, vol. 4. Amsterdam: Elsevier B.V.

- Bietenbeck, J. (2014). Teaching practices and cognitive skills. *Labour Economics*, vol. 30(C), 143-153.
- Cordero, J. M., Crespo, E. y Pedraja, F. (2013). Rendimiento educativo y determinantes según PISA: una revisión de la literatura en España. *Revista de educación*, 362, 273-297.
- Chiu, M. M., Chow, B. W. Y. y McBride-Chang, C. (2007). Universals and specifics in learning strategies: Explaining adolescent mathematics, science, and reading achievement across 34 countries. *Learning and Individual Differences*, 17(4), 344-365.
- Chuy, M. y Nitulescu, R. (2013). *PISA 2009: Explaining the gender gap in reading through reading engagement and approaches to learning*. Toronto: CMEC y HRSDC.
- Crocker, R., Glickman, V., Levin, B., Schachter, L., Anderson, J., Ungerleider, L. y Monseur, C. (2010). *Mathematics Teaching and Learning Strategies*. Paris: OECD.
- Cunha, F., Heckman, J. J. y Schennach, S. (2010). *Estimating the technology of cognitive and non cognitive skill formation*. Discussion Paper, nº 4702. Bonn: IZA.
- Dignath, C. y Buettner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students, a meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and Learning*, 3, 231-264.
- Eren, O. y Henderson, D. J. (2008). The impact of homework on student achievement. *The Econometrics Journal*, 11(2), 326-348.
- Efklides, A. y Misailidi, P. (2010). *Trends and Prospects in Metacognition Research*. New York: Springer.
- Falck, O., Mang, C. y Woessmann, L. (2015). Virtually No Effect? Different Uses of Classroom Computers and their Effect on Student Achievement. *IZA Discussion Paper Series*, Nº 8939.
- Fernández de Guevara, J., Serrano, L. y Soler, A. Esfuerzo y competencia financiera en España: un análisis con datos PISA. En MECD (2014), *PISA 2012: Competencia Financiera. Informe español. Vol. II: Análisis secundario*, p. 25-50. Madrid: INEE.
- García-Pérez, J. I., Hidalgo-Hidalgo, M. and Robles-Zurita, J. A. (2014). Does grade retention affect students' achievement? Some evidence from Spain. *Applied Economics*, 46(12), 1373-1392.
- Hanushek, E. A. (1979). Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions. *Journal of Human Resources*, 14, 351-388.
- Hanushek E. A. y Rivkin S. G. (2006). Teacher quality. En *Handbook of the Economics of Education*, Vol. 2, ed. E. A. Hanushek yand F. Welch, 1051-78. Amsterdam: North Holland.
- Hanushek, E. A. y Rivkin, S. G. (2012). The Distribuiton of Teacher Quality and Implications for Policy. *The Annual Review of Economics.*, vol. 4, 131-159.
- Harris, A. y Chrispeels, J. H. (Eds.). (2009). *Improving schools and educational systems: International perspectives*. New York: Routledge.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Roudledge.
- Hidalgo-Cabrillana, A. y Lopez-Mayan, C. Teaching Styles and Achievement: Student and Teacher Perspectives. *Working Papers* 1502. Barcelona: Dep. Economía Aplicada UAB.
- Ishii J. y Rivkin, S.G. (2009). Impediments to the estimation of teacher value added. *Education Finance Policy*, 4, 520-36.
- Ko, J., Sammons, P. y Bakkum, L. (2013). *Effective teaching: a review of research and evidence*. Hong Kong: CIBT Education Trust.
- Kuehn, Z. y Landeras, P. (2012). *Study time and scholarly achievement in PISA*. MPRA Paper, nº 49033.
- Lavy, V. (2011). What makes an effective teacher? Quasi-experimental evidence. *NBER Working paper series*, N °16885. Cambridge: National Bureau of Economic Research.

- Lee, J. y Stankov, L. (2013). Higer-order structure of noncognitive constructs and prediction of PISA 2003 mathematics achievement. *Learning and Individual Differences*, 26, 119-130.
- Levin, H. M. (1974). Measuring Efficiency in educational production. *Public Finance Quarterly*, 2, 3-24.
- Méndez, I. *Prácticas docentes y rendimiento estudiantil. Evidencias a partir de TALIS 2013 y PISA 2012*. Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deportes, MECD (2014). *PISA 2012: Informe español. Vol. II: Análisis secundario*. Madrid: INEE.
- Muijs, D., Harris, A., Chapman, C., Stoll, L., y Russ, J. (2004). Improving schools in socioeconomically disadvantaged areas—A review of research evidence. *School effectiveness and school improvement*, 15(2), 149-175.
- Muijs, D., Kyriakides, L., van der Werf, G., Creemers, B., Timperley, H. y Earl, L. (2014). State of the art—teacher effectiveness and professional learning. *School Effectiveness and School Improvement*, 25(2), 231-256.
- OECD (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do. Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I)*. París: OECD.
- OECD (2014). *PISA 2012 Technical Report*. París: OECD.
- OECD (2015). *Students, Computers and Learning. Making the Connection*. París: OECD.
- Peschar, J. L., Moskowitz, J. H. y Stephens, M. (2004). Cross-curricular competencies: Development in a new area of education outcome indicators. *Comparing learning outcomes: International assessment and education policy*, 45-67. New York: Routledge
- Raudenbush, S., Bryk, A., Cheong, Y. y Congdon, R. (2004). *HLM 6 Manual*. Lincolnwood: Scientific Software International.
- Reynolds, D. Sammons, P., De Fraine, B., Van Damme, J., Townsend, T, Teddlie, C. y Stringfield, S. (2014). Educational Effectiveness Research: a state of the art review. *School Effectiveness and School Improvement*, vol. 25 (2), 197-230.
- Säälik, Ü., Nissinen, K. y Malin, A. (2015). Learning strategies explaining differences in reading proficiency. Findings of Nordic and Baltic countries in PISA 2009. *Learning and Individual Differences*, 42, 36-43.
- Sacerdote, B. (2011). Peer effects in education: How might they work, how big are they and how much do we know thus far? *Handbook of the Economics of Education*, 3, 249-277.
- San Martín, E., Claro, M., Fariña, P., Jara, I. y Preiss, D. (2011). ¿Cuál es el impacto del acceso y uso de TIC's en los resultados de las mediciones de lectura y lectura digital en PISA 2009? Análisis comparativo en 5 naciones. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Schneider, W. y Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 42, 149–161.
- Snijders, T. y Bosker, R. (2012). *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Applied Multilevel Analysis*. Londres: Sage.
- Schwerdt, G. y Wuppermann, A. C. (2011). Is traditional teaching really all that bad? A within-student between-subject approach. *Economics of Education Review*, 30, Nº 2, Abril 2011, 365–379.
- Seijas (2004). *Evaluación de la eficiencia en la educación secundaria*. Coruña: Netbiblo.
- Todd, P. E. y Wolpin, K. I. (2003). On the specification and estimation of the production function for cognitive achievement. *The Economic Journal*, nº 113, 3-33.
- Van Klaveren, C. y De Witte, K. (2010). How Are Teachers Teaching? A Nonparametric Approach. *Tier Working Paper Series*, 10/23.

- Valenzuela, J.P., Gómez, G. y Sotomayor, C. (2015). The role of reading engagement in improving national achievements. *International Journal of Educational Development*, 40, 28-39.
- Vennman, M.V.J. (2012). Metacognition in Science Education: Definitions, Constituents, and their Intricate Relation with Cognition. En Zohar, A. y Dori, Y.J. (eds.) *Metacognition in Science Education. Trends in Current Research*, 21-36. New York: Springer.
- Wu, M. (2005). The Role of Plausible Values in Large Scale Surveys. *Studies in Educational Evaluation*, 31, 114-128.
- Zimmerman, B. J. y Moylan, A.R. (2009). Self-regulation: where metacognition and motivation intersect. En Hacker, D.J., Dunlosky, J. y Graesser, A.C. (eds.), *Handbook of Metacognition in Education*, 299-315. New York: Routledge.
- Zohar, A. y Dori, Y.J. (2012), ed. *Metacognition in Science Education. Trends in Current Research*, 21-36. New York: Springer.